มุมมองความคลาดเคลื่อนของการทดลองจาก ANOVA ใน CR_{-p} Design

(A Viewpoint of Experimental Error in ANOVA-CR_{-p} Design)

ดร.ชัยลิขิต สร้อยเพชรเกษม*

ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (Experimental Error) หมายถึงค่าการวัดผลการทดลองที่มีความผันแปรจากแหล่งต่าง ๆ ที่ไม่สามารถควบคุมได้ซึ่งส่วนประกอบความผันแปรดังกล่าวมีผลกระทบต่อค่าการวัดผลการทดลองที่แท้จริง โดยปกติแล้วการควบคุมความคลาดเคลื่อนจะควบคุมจากแหล่งที่มาของความคลาดเคลื่อนโดยการทำให้เป็นระบบแต่ความคลาดเคลื่อนชนิดนี้ไม่สามารถควบคุมแหล่งที่มาได้ เมื่อควบคุมแหล่งที่มาไม่ได้ก็ควบคุมความคลาดเคลื่อนไม่ได้ ความคลาดเคลื่อนชนิดนี้จึงเป็นความคลาดเคลื่อนสุ่ม (Random Error) ซึ่งความผันแปรของความคลาดเคลื่อนในการทดลองนั้นเรียกว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในการทดลอง (Experimental Error Variance) มีลักษณะเป็นผลที่เกิดขึ้นโดยไม่ตั้งใจ (Random Effect) หรือเกิดขึ้นแบบสุ่ม ๆ มากบ้างน้อยบ้าง และเมื่อวัดแล้วหาเป็นค่าเฉลี่ยทุกหน่วยทดลองจะได้ค่าเป็น 0 และค่าการกระจายมีค่าเป็นความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (ใช้สัญลักษณ์ μ และ σ_{ϵ}^2 ตามลำดับ) ความแปรปรวนชนิดนี้เป็นกลุ่มของความแปรปรวนของตัวแปรตามในการทดลองที่มีสาเหตุมาจากแหล่งที่ไม่ต้องการนั่นเอง

โดยทั่วไปแล้วค่าการวัดผลการทดลองค่าหนึ่ง ๆ นั้นจะมีส่วนประกอบมาจากแหล่ง 4 แหล่ง คือ (Kirk. 1982 : 11)

(1) ผลจากตัวแปรอิสระหรือทรีตเมนต์ในแต่ละระดับ

(2) ผลจากความแตกต่างของหน่วยทดลอง (Subjects) ในแต่ละระดับของทรีตเมนต์

(3) ผลจากการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของหน่วยทดลองโดยไม่ตั้งใจ

(4) ผลจากเงื่อนไขของสิ่งแวดล้อม

ในบทความนี้จะอธิบายความคลาดเคลื่อนของการทดลองจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (ANOVA) ซึ่งใช้กับแบบแผน CR_{-p} โมเดลกำหนด (Fixed Model)

ในสมการโมเดลของ CR_{-p} มีข้อตกลงว่า ค่าการวัดแต่ละค่าของหน่วยทดลองนั้นเป็นผลรวมของค่า 3 ค่า ได้แก่ μ, α_j และ $\in_{i(j)}$ เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \in_{i(j)}$$

เมื่อ Y_{ij} เป็นค่าการวัดหน่วยทดลอง i ระดับทรีตเมนต์ j

μ เป็นค่าเฉลี่ยประชากรซึ่งทุกหน่วยทดลองมีค่าเท่ากันก่อนได้รับทรีตเมนต์

.....

* อาจารย์ประจำภาควิชาการประเมินผลและวิจัย คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

α_j เป็นอิทธิพลของระดับทรีตเมนต์ j มีค่าเป็น $\mu_j - \mu$ ค่านี้หน่วยทดลองที่อยู่ภายใต้ระดับทรีตเมนต์ (กลุ่ม) เดียวกันจะได้รับเหมือนกัน ซึ่งจะทำให้ค่าของแต่ละหน่วยทดลองภายใต้ระดับทรีตเมนต์นั้นเท่ากันด้วย แต่ถ้าต่างระดับทรีตเมนต์หน่วยทดลองที่อยู่ภายใต้ระดับ ทรีตเมนต์ที่ต่างกันนั้นจะได้รับค่านี้ไม่เท่ากัน และค่าที่ไม่เท่ากันนี้รวมกันได้เท่ากับ 0 หรือ

$$\sum_{j=1}^{p} \alpha_j = 0$$

$\in_{i(j)}$ เป็นอิทธิพลของความคลาดเคลื่อนจากการทดลองซึ่งเป็นความคลาดเคลื่อนของหน่วยทดลอง i ของระดับทรีตเมนต์ j มีความเป็นอิสระจาก $\in_{i(j)}$ อื่น ๆ มีการกระจายเป็นปกติและมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 การกระจายเป็นความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_{\in}^2$ มีความสัมพันธ์กับ Y_{ij} เท่ากับ $Y_{ij} - \mu - \alpha_j$

การวิเคราะห์สถิติ ANOVA ใน CR_p นี้ต้องให้เป็นไปตามข้อตกลงของข้อตกลง 2 กลุ่ม (สำหรับ Fixed Effects Model) ได้แก่ข้อตกลงของการทดสอบ F (F Assumption) และข้อตกลงของโมเดลในแบบแผน (Model Assumption) และผู้ทดลองพึงระวังเป็นอย่างยิ่งในการฝืนข้อตกลง (Violate Assumption) เพราะข้อตกลงบางข้อมีผลมากต่อการทดสอบสมมุติฐานทางสถิติ แต่ในการวิเคราะห์ด้วย ANOVA ในการวิจัยที่ไม่ใช้การทดลองจะใช้ F Assumption อย่างเดียว ข้อตกลงทั้ง 2 กลุ่มมีดังนี้ (Kirk. 1982 : 74-75)

ข้อตกลงของเอฟ

1. ค่าสังเกตได้มาจากประชากรที่มีการกระจายเป็นปกติ
2. ค่าสังเกตเป็นตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มจากประชากรในข้อ 1
3. อัตราส่วนเอฟ (ตัวเศษและตัวส่วน) ประมาณค่ามาจากประชากรเดียวกันหรือประมาณค่าความแปรปรวนประชากรเดียวกันคือ $\sigma_{\in}^2$
4. อัตราส่วนเอฟเป็นอิสระต่อกัน

ข้อตกลงของแบบแผน

1. สมการโมเดล $Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \in_{i(j)}$ นั้นแสดงถึงผลรวมของแหล่งความแปรผันทั้งหมดที่มีอิทธิพลต่อ Y_{ij}
2. การทดลองมีระดับทรีตเมนต์หลายระดับ (a_j's)
3. อิทธิพลของความคลาดเคลื่อน ($\in_{i(j)}$) มีลักษณะดังนี้
   3.1 เป็นอิสระจากความคลาดเคลื่อนอื่น ๆ ($\in_{i(j)}$'s)
   3.2 มีการกระจายเป็นปกติภายในแต่ละประชากรทรีตเมนต์

3.3 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ

3.4 ความแปรปรวนเท่ากับ σ_{ϵ}^2

ความหมายของ $\epsilon_{i(j)}$ หรืออิทธิพลของความคลาดเคลื่อนในสมการโมเดล $Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \epsilon_{i(j)}$ นั้น เราพิจารณาว่าค่า Y_{ij} ของหน่วยทดลองแต่ละหน่วยมีความแปรผันเมื่อได้รับทรีตเมนต์อย่างเดียวกัน การแปรผันระหว่าง Y_{ij} แต่ละหน่วยดังกล่าวเนื่องมาจากความแตกต่างของ $\epsilon_{i(j)}$ เมื่อค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ คือ μ และ α_j นั้น หน่วยทดลองแต่ละหน่วยได้รับเหมือนกัน (บางครั้ง เรียกว่า ค่าคงที่) เมื่อได้รับทรีตเมนต์เหมือนกัน อะไรคือแหล่งของความแปรผัน? ก็คงไม่มีอะไร นอกเหนือไปจากผลของความแตกต่างของหน่วยทดลองในแต่ละระดับของทรีตเมนต์ j ผลจากการเปลี่ยนแปลงพฤตกรรมของหน่วยทดลองโดยไม่ตั้งใจและผลแทรกแซงจากเงื่อนไขของสิ่งแวดล้อม นั่นคือเป็นผลอันเนื่องมาจากสิ่งที่ไม่ใช่ทรีตเมนต์ในค่าการวัดผลการทดลอง ดังกล่าวที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นเองคือสิ่งที่ประกอบเป็น $\epsilon_{i(j)}$ กล่าวโดยสรุปแหล่งของ $\epsilon_{i(j)}$ นั้นมาจากหน่วยทดลองคือความแตกต่างระหว่างหน่วยทดลองและสิ่งแวดล้อมคือสภาพการทดลองมีความแตกต่างกัน (Lack of Uniformity in the conduct of Experiment) การใส่อิทธิพลจากแหล่งความแปรผันอื่นๆ เพิ่ม เข้าไปในโมเดลสมการ $Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \epsilon_{i(j)}$ เช่น $Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \pi_i + \epsilon_{i(j)}$ ในแบบแผน RB_p หรือ $Y_{ijkl} = \mu + \alpha_j + \beta_k + r_\ell + \epsilon_{jkl} + \epsilon_{i(j)}$ ในแบบแผน LS_p เป็นต้น ทำให้เกิดสมการของแบบแผนการทดลองอื่น ๆ ก็เป็นการเพิ่มแหล่งอิทธิพลที่เป็นแหล่งความคลาดเคลื่อนอื่น ๆ ภายหลังจากการพิจารณาแหล่งจาก μ และ α_j แล้ว ทั้งนี้เพื่อทำให้ $\epsilon_{i(j)}$ ลดลงเพราะการเพิ่มแหล่งอิทธิพลนั้นจะไปช่วยลด (Subtract) $\epsilon_{i(j)}$ ในการทดลองผู้ทดลองจะพยายามลดขนาดของ $\epsilon_{i(j)}$ โดยการใช้ แบบแผนการทดลองที่เหมาะสมและควบคุมการทดลองให้มีขนาดของ $\epsilon_{i(j)}$ ลดลงเหลือน้อยที่สุด (to Minimize the Size of Error Effect) (ดูรายละเอียดเพิ่มเติมได้ใน “The maxmincon principle” ; Kerlinger. 1992 : 284-291)

การทดลองโดยทั่วไปแล้วมีจุดมุ่งหมายในการดำเนินการอยู่ 2 ประการคือ (1) พยายาม ทำให้ α_j หรืออิทธิพลของทรีตเมนต์เป็นอิทธิพลของทรีตเมนต์อย่างแท้จริง (Pure Treatment) และ (2) พยายามทำให้ $\epsilon_{i(j)}$ ลดลงน้อยที่สุด ในประการแรก ทำได้โดยการสุ่มให้เท่าเทียม (Randomization) หน่วยทดลอง เพื่อทำให้อิทธิพลเป็นอิทธิพลสุ่ม (Random Effect) หรือทำให้เป็นความคลาดเคลื่อนแบบสุ่มเสีย และการทำอิทธิพลอื่นซึ่งคาดว่าจะมีผลต่อการทดลองให้เป็นตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นมาเพื่อให้เป็นอิทธิพลหลัก (Main Effect) เมื่อทำได้ดังนี้ α_j ก็จะมีความชัดเจนขึ้น (Pure Treatment) ในประการหลังทำได้โดยการเพิ่มอิทธิพลจากแหล่งอื่น ๆ ที่ไปลด $\epsilon_{i(j)}$ ดังที่ได้อธิบายมาแล้ว เช่น ลดความแตกต่างของหน่วยทดลอง เช่น ทำให้น้ำหนักตัวเท่ากัน เรียกว่าทำให้ตัวแปรคงที่ (Constance) ทุกหน่วยทดลองหรือการบลอค (Blocking) การทำให้เครื่องมือการวัดมี

ความเชื่อมั่น (Reliability) การวิเคราะห์ด้วย ANCOVA การกระทำทั้งหมดเป็นการควบคุมตัวแปรจากแหล่งอื่น ๆ ที่ไม่ต้องการเพื่อไม่ให้มีผลต่อการทดลอง (Control Nuisance Variable) โดยที่ ANCOVA เป็นการควบคุมด้วยสถิติ (Statistical Control) นอกนั้นเป็นการควบคุมด้วยแบบแผนการทดลอง (Control by Experimental Design)

การใช้ ANOVA ใน CR_{-p}

การวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นเทคนิคสถิติที่ใช้การแบ่งส่วนของความแปรปรวนทั้งหมดออกเป็นส่วน ๆ ตามแหล่งของความแปรปรวนแล้วทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติทดสอบ F (F-test) โดยใช้ความแปรปรวนจากแหล่งต่างๆ เหล่านั้นเป็นตัวกำหนดอัตราส่วน F (F-ratio) อัตราส่วน F จะเป็นอย่างไรขึ้นอยู่กับโมเดลของการวิเคราะห์ (Fixed Effect Model, Random Effect Model หรือ Mixed Effect Model ใน CR_{-p} จะมีตัวแปรตัวเดียวหรือแฟคเตอร์เดียว Mixed Effect Model จึงไม่มี เพราะเป็น One-Way ANOVA) (ดูวิธีการหาอัตราส่วน F ในรายละเอียดจาก Winer. 1962 : 371-376; kirk. 1982 : 389-393 และ รัตนะ บัวสนธ์. 2532 : 17-21)

ความแปรปรวนที่ใช้ในการวิเคราะห์ได้แก่ ความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม (MSBG) และความแปรปรวนภายในกลุ่ม (MSWG) รวมกันเป็นความแปรปรวนทั้งหมด (MSTOT) เขียนเป็นสมการได้ว่า MSTOT = MSBG+MSWG[1] หรือ $V_t = V_b+V_w$ (คำว่า Variance หรือความแปรปรวนนั้นก็คือ Mean Square หรือ MS ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของผลรวมกำลังสองของความเบี่ยงเบนของค่าการวัดนั่นเอง) ความหมายของ MSBG และ MSWG มีความสอดคล้องกับความหมายของ α_j และ $\in_{i(j)}$ ในโมเดล CR_{-p} เพียงแต่ว่า α_j และ $\in_{i(j)}$ มีความหมายเป็นค่าการวัดหน่วยทดลองเพียงหน่วยเดียว (Y_{ij}) ส่วน MSBG และ MSWG มีความหมายเป็นกลุ่มของ Y_{ij}

(1) MSBG หมายถึง ความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเป็นความแปรปรวนของการทดลองโดยนัยแล้วเป็นความแปรปรวนของทรีตเมนต์ (Experimental Variance) หรือความแปรปรวนอันเนื่องมาจากความแตกต่างระหว่างกลุ่มของหน่วยทดลอง (Differences Between Groups of Individuals) เป็นความแปรปรวนอย่างมีระบบ (Systematic Variance) กล่าวคือ เป็นความแปรปรวนของค่าการวัด (Scores) ที่เกิดจากการกระทำที่มุ่งให้เกิดความลำเอียง (Bias) ไปในทางใดทางหนึ่งของผู้ทดลอง (Kerlinger 1992 : 72-73) เพราะผู้ทดลองต้องพยายามทำให้ ทรีตเมนต์ของการทดลอง (ที่สนใจ) ให้มีผลต่อตัวแปรตามการกระทำนั้นเรียกว่า “Manipulation” และหวังผลให้สูงกว่าหรือต่ำกว่าทรีตเมนต์อื่นหรือภาวะอื่นที่ไม่ได้รับทรีตเมนต์โดยการกระทำนั้นกระทำต่อหน่วยทดลองที่ได้รับทรีตเมนต์นั้นอย่างสม่ำเสมอกัน (Uniform) ดังนั้นอิทธิพลของทรีต

---

[1] เป็น Mathematical Basis of Reasoning ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน MSTOT $\neq$ MSBG+MSWG เพราะตัวหารไม่ใช่ N,n และ k แต่ $SSTOT = SS_B+SS_W$

เมนต์ที่หน่วยทดลองภายใต้ทรีตเมนต์เดียวกันจึงถือว่าได้รับเท่ากัน (Constance) มโนทัศน์เชิงสถิติมีความหมายคล้ายกับ α_j กล่าวคือ มีค่าเป็น $\mu_j - \mu$ และ $\sum_{j=1}^{p} \alpha_j$ ดังนั้นจะเห็นได้ว่า α_j คำนวนได้จากความเบี่ยงเบนระหว่าง μ (Grand Mean) กับค่าเฉลี่ย (ประชากร) แต่ละกลุ่มที่ยกกำลังสองแล้วนำมารวมกัน (Sum of Square : SSBG) แล้วหารด้วยจำนวนระดับของทรีตเมนต์หรือกลุ่มของหน่วยทดลองภายใต้ระดับทรีเมนต์ได้ผลเป็นค่าเฉลี่ยของผลรวมกำลังสอง (Mean Square : MSBG) นั่นคือ ค่าความแปรปรวนของทรีตเมนต์ สมมติให้ 30,23 และ 19 เป็นค่าเฉลี่ยทรีตเมนต์ของแต่ละระดับ

ตาราง 1 แสดงการคำนวณ MSBG

X	x	x^2
30	6	36
23	-1	1
19	-5	25

$\sum X$: 72

M : 24

$\sum x^2$: 62

MSBG = $V_b = \frac{62}{3} = 20.67$

$\sum_{j=1}^{p} \alpha_j$ = 6-1-5 = 0

(2) MSWG หมายถึง ความแปรปรวนภายในกลุ่มหรือความแปรปรวนระหว่างหน่วยทดลองภายใต้ระดับทรีตเมนต์เดียวกันมีความหมายคล้ายกับ $\in_{i(j)}$ ในโมเดล CR_{-p} เป็นความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (Error Variance) หรือความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนจากการทดลองที่มีคุณสมบัติและแหล่งอิทธิพลตามที่ได้กล่าวมาแล้ว เป็นความแปรปรวนที่เกิดจากการผันแปร (Fluctuation or Varying) ของค่าการวัดที่เนื่องมาจากความบังเอิญ (By Chance) เป็นความแปรปรวนแบบสุ่ม (Random Variance) ค่าการวัดของหน่วยทดลองที่ได้รับจะสูงกว่าค่าเป็นจริงบ้างต่ำกว่าค่าที่เป็นจริงบ้าง แต่โดยเฉลี่ยแล้วค่าจะเป็น 0 มีการกระจายเป็น $\sigma_{\in}^2$ มโนทัศน์เชิงสถิติมีความหมายคล้ายกับ $\in_{i(j)}$ กล่าวคือมีความหมายเป็น $Y_{ij} - \mu - \alpha_j$ หรือ $Y_{ij} - \mu_j$ สมมติข้อมูลทรีตเมนต์ A_1 และ A_2 ดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงค่าการวัดของหน่วยตัวอย่างในแต่ละระดับทรีตเมนต์

	A_1	A_2
	3	6
	5	5
	1	7
	4	8
	2	4
M :	3	6

ตาราง 3 การคำนวณ MSWG

A_1	x	x^2	A_2	x	x^2
3	0	0	6	0	0
5	2	4	5	-1	1
1	-2	4	7	1	1
4	1	1	8	2	4
2	-1	1	4	-2	4
$\sum X$: 15			30		
M : 3			6		
$\sum x^2$:		10			10

$$V_{A_1} = \frac{10}{5} = 2 \qquad V_{A_2} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\text{MSWG} = \frac{2+2}{2} = 2$$

ความแปรปรวนของ A_1 เท่ากับ 2 และความแปรปรวนของ A_2 เท่ากับ 2 การคำนวณความแปรปรวนแต่ละค่านั้นคำนวณแยกกันแล้วนำค่าที่ได้มาเฉลี่ยอีกครั้งหนึ่ง เรียกว่าความแปรปรวนเฉลี่ยซึ่งคำนวณจาก “ความแปรปรวนภายในกลุ่ม” (Within Group Variance หรือ MSWG หรือ V_w ความแปรปรวนนี้เป็นความแปรปรวนที่ไม่ถูกกระทบโดยความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทั้ง 2 ค่าของทั้ง 2 กลุ่ม กล่าวคือจากตาราง 3 ถ้าเราลด (หรือเพิ่ม) ค่าทุกค่าใน A_2 ด้วยค่าคงที่ เช่น 3 ค่าเฉลี่ย A_2 จะเปลี่ยนเป็น 3 หรือลดด้วย 2 ค่าเฉลี่ยจะเป็น 4 เป็นต้น แต่เมื่อคำนวณค่าความแปรปรวนของ A_2 ก็จะได้เท่ากับ 2 เช่นเดิม และเมื่อนำไปหาค่า MSWG หรือ V_w ก็จะได้เท่ากับ 2 เช่นเดิม ค่า MSWG จึงเป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับค่าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง (Depends Only on the Variance of the Samples) ซึ่งไม่เหมือนกับ MSBG ซึ่งเป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง (Depends Only on the Mean of the Samples) (Kirk. 1982 : 73 ; Kerlinger. 1986 : 77-79) สำหรับ MSBG ที่ว่าขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยนั้นเป็นเพราะว่าหากค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มที่ได้รับทรีตเมนต์มีค่าเท่ากัน ค่า MSBG จะเท่ากับ 0 นั่นคือไม่มีอิทธิพลของทรีตเมนต์ จะทำให้ MSTOT = MSWG กล่าวคือ ความแปรปรวนทั้งหมดเป็นอิทธิพลของความคลาดเคลื่อนเท่านั้นไม่มีอิทธิพลของทรีตเมนต์เลย

ข้อมูลจากตาราง 2 เราสามารถคำนวณ MSBG ได้ดังตาราง 4

ตาราง 4 คำนวณ MSBG

	X	x	x^2
A_1	3	-1.5	2.25
A_2	6	1.5	2.25
$\sum X$:	9		
M :	4.5		
$\sum x^2$:			4.50

$$\text{MSBG} = V_b = \frac{4.50}{2} = 2.25$$

ตาราง 5 คำนวณ MSTOT

X	x	x^2
3	-1.5	2.25
5	0.5	0.25
1	-3.5	12.25
4	-0.5	0.25
2	-2.5	6.25
6	1.5	2.25
5	0 .5	0.25
7	2.5	6.25
8	3.5	12.25
4	-0.5	0.25

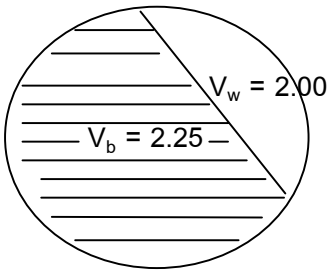
$\sum X$: 45

M : 4.50

$\sum x^2$: 42.50

$$\text{MSTOT} = V_t \frac{42.50}{10} = 4.25$$

เราสามารถเขียนสมการได้ว่า MSTOT = MSBG+MSWG หรือ $V_t = V_b+V_w$ แทนค่าที่คำนวณได้ : 4.25 = 2.25+2.00 เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



V_t = 4.25

เมื่อผลการทดลองเป็นดังนี้การทดสอบนัยสำคัญจึงมีแนวโน้มว่าจะมีนัยสำคัญได้ (ตัวอย่างที่นำมาคำนวณนี้ไม่เหมาะแก่การทดสอบสถิติเพราะสมมติเป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กเกินไป) ความสำคัญของ MSWG หรือ $\in_{i(j)}$ ก็จะมีบทบาทเป็นตัวบอกให้เราทราบถึงผลของการทดลองได้ เพราะถ้าสมมติฐานกลางเป็นจริง (H_0 is true) แล้ว E(MSBG) = $\sigma^2_{\in}$ และ E(MSWG) = $\sigma^2_{\in}$ เมื่อทดสอบสถิติ F (Fixed Effects Model) F = $\frac{MSBG}{MSWG}$ = 1 หมายถึงไม่มีอิทธิพลของทรีตเมนต์นั่นเอง

จากสมการ MSTOT = MSBG+MSWG และแผนภาพแสดงให้เห็นว่า MSBG และ MSWG นั้นเป็นความแปรปรวนที่แยกออกจากกันนั่นหมายถึง เป็นสิ่งที่บอกให้เราทราบว่าอัตราส่วน F = $\frac{MSBG}{MSWG}$ นั้นเป็นอิสระระหว่างตัวเศษ (Numerator) และตัวส่วน (Denominator) นั่นคือ MSBG และ MSWG ไม่มีความแปรปรวนร่วมกัน (Covariance) ซึ่งเป็นข้อตกลงข้อหนึ่งของ F-test หากข้อตกลงไม่เป็นจริงเราจะไม่สามารถแยกอิทธิพลของความคาดเคลื่อนออกจากอิทธิพลของทรีตเมนต์ได้ ดังนั้นก็จะไม่สามารถรู้อิทธิพลของทรีตเมนต์ได้เลย ดังนี้จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนของการทดลองจึงมีบทบาทต่อ ANOVA ข้อตกลงดังกล่าว กล่าวว่า “The numerator and denominator of the F ratio are independent” ซึ่งหมายถึง “Independent of MSBG and MSWG” (Kirk. 1982 : 74-76) หรือหมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนของการทดลองนั้นเป็นอิสระจากทรีตเมนต์

การที่ MSTOT = MSBG+MSWG หรือ $V_t = V_b+V_w$ นั้นเป็นสมการที่มีความหมายของการแบ่งส่วนความแปรปรวนทั้งหมดของตัวแปรตามตามเหตุผลทางทฤษฎีที่กล่าวว่าความแปรปรวนทั้งหมด เกิดขึ้นจากแหล่งความแปรปรวน 2 แหล่งที่แยกส่วนเป็นความแปรปรวนระหว่างกลุ่มและความแปรปรวนภายในกลุ่ม ดังนั้นสมการดังกล่าวจึงเป็นสมการเชิงทฤษฎี (Theoretical Equation) (Kerlinger. 1992 : 206) แต่ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนจะปรากฏว่า MSTOT ≠ MSBG+MSWG เป็นเพราะว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนนั้นเป็นการประมาณค่าที่ไม่ลำเอียงของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ df เป็น N-1, k-1 และ N-k เป็นตัวหารเฉลี่ยจากผลรวมผลต่างกำลังสองของแต่ละแหล่ง (เป็นการอนุมานสถิติ) ดังนั้นสมการของความแปรปรวนดังกล่าวจึงไม่เป็นไปตามสมการเชิงทฤษฎีแต่ใน การวิเคราะห์ความแปรปรวนนั้นค่า SSTOT = SSB+SSW เสมอ ภายใต้ข้อตกลงของค่าความคลาดเคลื่อนของการทดลองเป็นอิสระจากทรีตเมนต์ มีการวิเคราะห์บางกรณีที่ SSTOT ≠ SSBG+SSWG เกิดขึ้น แสดงให้เห็นว่าข้อตกลงนี้ไม่เป็นจริง จะทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนไม่ได้ ในทางปฏิบัตินิยมใช้การคำนวณ SSTOT ก่อน แล้วคำนวณ SSBG จากนั้นจึงหา SSWG โดยนำ SSTOT-SSBG การคำนวณแบบนี้ก็คือการตกลงว่าความคลาดเคลื่อนเป็นอิสระจากทรีตเมนต์ ซึ่งถ้าคำนวณค่าต่างๆจากแหล่งความแปรปรวนทุก ๆ ค่า อาจให้ค่า

SSTOT ≠ SSBG+SSWG กรณีดังกล่าวนี้ แสดงว่า MSBG และ MSWG มีความแปรปรวนร่วม ทำให้ข้อตกลงข้อนี้ไม่เป็นจริง ทำให้วิเคราะห์ ANOVA ไม่ได้

เหตุผลที่ใช้อธิบายเพิ่มเติมเมื่อ MSTOT ≠ MSBG+MSWG ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนนั้นอธิบายได้ว่า เมื่อสมการของการแบ่งส่วนความแปรปรวนตามเหตุผลทางทฤษฎีไม่เป็นไปตามการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็เนื่องจากเป็นการอนุมานสถิติ และโดยแท้จริงแล้วสมการเชิงทฤษฎีนั้นเป็นการแบ่งส่วนความแปรปรวนของข้อมูลประชากร แต่เนื่องจากความแปรปรวนของข้อมูลประชากรภายในกลุ่มของแต่ละกลุ่มนั้นต้องมีค่าเท่ากันเสมอ หรือมีความเป็นเอกพันธ์เพราะเนื่องจากประชากรแต่ละกลุ่มนั้นมาจากกลุ่มประชากรเดียวกันซึ่งการแบ่งกลุ่มนั้นเป็นไปโดยสุ่มจึงทำให้การกระจายเท่ากันหรือใกล้เคียงกันโดยการสรุปอย่างมีเหตุผล (Assume) (Kerlinger. 1992 : 77) เมื่อความแปรปรวนภายในกลุ่มของแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากันแล้วจึงทำให้ความแปรปรวนภายในกลุ่มมีค่าเท่ากับความแปรปรวนรวมทั้งหมดซึ่งได้มาโดยการเฉลี่ยด้วย (Averaged Variance or Pooled Variance) **ความแปรปรวนรวมในการทดลองนี้เรียกว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการทดลอง** ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2,...,= \sigma_\epsilon^2$) กล่าวโดยสรุปแล้ว ความแปรปรวนภายในกลุ่มของแต่ละกลุ่มก็คือความแปรปรวนทั้งหมดของการทดลองนั่นเอง นั่นคือเป็นค่าของ MSWG ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งเหตุผลความเป็นมานี้ได้ใช้เป็นเหตุผลสำหรับการกำหนดข้อตกลงของการทดสอบ F ใน ANOVA จากตัวอย่างการคำนวณจากตาราง 3 จะเห็นได้ว่า ค่าความแปรปรวนภายในกลุ่มของแต่ละกลุ่มนั้นมีค่าเท่ากันคือเท่ากับ 2 เมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ แล้วเมื่อนำมาเฉลี่ยก็จะได้เท่ากับ σ_ϵ^2 ซึ่งเป็นคุณสมบัติของความแปรปรวนรวม (Pooled Variance) เมื่อความแปรปรวนภายในกลุ่มของแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากัน เมื่อนำค่า MSWG มาแทนค่าในสมการก็จะได้สมการที่เป็นไปตามทฤษฎีคือ MSTOT = MSBG+MSWG หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่าสมการจะเป็นจริงเมื่อความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากัน หรือความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็นเอกพันธ์นั่นเองและด้วยเหตุผลนี้จึงทำให้ MSWG เป็นอิสระจาก MSBG ด้วย นั่นคือความหมายของความคลาดเคลื่อนของการทดลองเป็นอิสระจากทรีตเมนต์ จึงทำให้เราสามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ เพราะการวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นการแยกแหล่งความแปรปรวน

สรุป

ความคลาดเคลื่อนในการทดลองมีความสำคัญต่อการทดลองหลายประการดังได้บรรยายมาพอสมควร โดยเฉพาะอย่างยิ่งเป็นแหล่งผันแปรที่สำคัญต่อการพิจารณาประสิทธิภาพของแบบแผนการทดลองหรือการผันแปรของการทดลองซึ่งวัดด้วยอัตราส่วน F นั้นก็ต้องใช้การเปรียบเทียบกับการผันแปรของความคลาดเคลื่อนเป็นตัวเปรียบเทียบ (โดยที่ MSBG และ MSWG ต่างก็ประมาณค่าได้เท่ากับ σ_ϵ^2) การศึกษาถึงความคลาดเคลื่อนในการทดลองในข้อเขียนนี้มุ่งพิจารณาแบบแผนการทดลอง CR_{-p} ซึ่งเป็นแบบแผนพื้นฐานซึ่งผู้เขียนได้ทำการศึกษาและ

เห็นว่าง่ายต่อการทำความเข้าใจ การศึกษาเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนกรณีอื่นๆ ก็คงมีรายละเอียดซับซ้อน ลุ่มลึก แตกต่างกันไปแต่ละกรณี ซึ่งในจุดนี้ผู้เขียนเห็นว่าเป็นสิ่งที่จะต้องเรียนรู้และศึกษาอีกต่อไป

เอกสารอ้างอิง

รัตนะ บัวสนธ์. “การใช้ตัวแปรอิสระในการวิจัยเชิงทดลองกับการหาค่าอัตราส่วนเอฟที่ถูกต้องสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวน” ข่าวสารวิจัยการศึกษา. 6 : 17-21, สิงหาคม-กันยายน, 2532.

Kerlinger, Fred N. Foundation of Behavioral Research. 3rd ed. U.S.A. : Holt, Rinehart and Winston, Inc. Copyright renewed 1992.

Kirk, Roger E. Experimental Design : Procedures for the Behavioral Sciences. 2nd ed. California : Wadsworth, Inc. 1982.

Winer, B.J. Statistical Principles in Experimental Design. 2nd ed. Japan : McGraw-Hill, Inc. 1971.